

УДК 519.8

ВЛИЯНИЕ ГОРИЗОНТА ПЛАНИРОВАНИЯ НА ВЫБОР ИНВЕСТИЦИИ В ДИСКРЕТНОЙ РЕСУРСНОЙ МОДЕЛИ

Учебный пример Digtale

Учебная лаборатория моделирования

author@example.invalid

Рассматривается учебная модель выбора между сохранением ресурса и единственной инвестицией с постоянным доходом. Получено условие предпочтительности инвестиции по конечному запасу и выполнена вычислительная проверка для шести горизонтов. При стоимости 6 единиц и дополнительном доходе 2 единицы за ход инвестиция увеличивает конечный запас при горизонте больше трёх ходов. Результат относится к заданной детерминированной модели и не является выводом об эффективности стратегий в реальных партиях.

Ключевые слова: ресурсная модель; горизонт планирования; инвестиция; исследование операций; воспроизводимость.

Постановка задачи

В пошаговых ресурсных задачах решение зависит от числа оставшихся действий. Увеличение дохода требует начальных затрат, поэтому один и тот же вариант может давать разные конечные результаты при разных горизонтах. Для обсуждения этого механизма построена минимальная модель, в которой все правила можно проверить вручную. Источником вопроса послужил интерес к планированию в компьютерных стратегиях; параметры модели не взяты из какой-либо версии Heroes of Might and Magic.

Последовательные решения являются предметом динамического программирования, классическое изложение которого представлено в работе Р. Беллмана [1]. В настоящем примере сложный оптимизатор не требуется: допустимы только сохранение ресурса и одна инвестиция. Такое ограничение позволяет отделить условие окупаемости от вопросов реализации программного обеспечения.

Цель работы — установить, при каких целочисленных горизонтах инвестиция увеличивает конечный запас, и проверить зависимость порога от стоимости и дополнительного дохода. Критерий выбора задан до вычислений: максимизируется ресурс после последнего начисления. Выигрыш партии,

сохранение армии и предпочтения игрока не включены в критерий. Работа представляет учебный разбор аргумента и не заявляет научной новизны известного принципа окупаемости.

Модель и метод

Начальный запас B равен 10 условным единицам, базовый доход r равен 1 единице за ход. Горизонт N — целое положительное число начислений. В начале, до первого начисления, можно один раз заплатить стоимость $C = 6$. После оплаты каждый из N ходов приносит дополнительно $g = 2$ единицы. Доход начисляется в конце хода. Заём, повторная инвестиция, случайность, соперник и прочие расходы отсутствуют. Начальный запас достаточен для оплаты.

При сохранении ресурса конечный запас $S(N) = B + rN$. При немедленной инвестиции конечный запас $I(N) = B - C + (r + g)N$. Вычитание даёт $D(N) = I(N) - S(N) = gN - C$. Если $g > 0$, инвестиция строго предпочтительна по выбранному критерию тогда и только тогда, когда $N > C/g$. При равенстве конечные запасы совпадают; дополнительных оснований предпочесть один вариант наша модель не содержит.

При разрешении отложенной оплаты после d начислений, где $0 \leq d \leq N$, конечный запас равен $B + rN - C + g(N - d)$. При положительном g и неизменных остальных условиях задержка уменьшает запас относительно немедленной инвестиции на gd . Поэтому достаточно сравнить немедленную инвестицию с отказом от неё. Это сокращение вариантов следует из допущений, а не из наблюдения нескольких партий.

Вычислительная проверка реализована прямым пошаговым начислением. Для N от 1 до 6 отдельно моделируются оба варианта, после чего их разность сверяется с формулой. Независимый ручной контроль выполняется при $N = 3$: $S = 13$, $I = 13$. Для чувствительности рассматриваются девять сочетаний C из множества $\{4, 6, 8\}$ и g из множества $\{1, 2, 3\}$; во всех них $B = 10$ обеспечивает допустимость начальной оплаты.

Минимальный целочисленный горизонт строгого преимущества равен $\text{floor}(C/g) + 1$. Округление вверх само по себе недостаточно: если C/g целое, на этом горизонте возникает только равенство. Исходный код проверки и таблицы создаются скриптом `model.py` из приложения к учебному курсу. Случайные числа и внешние данные не используются.

Результаты

При $H = 1$ сохранение даёт 11 единиц, инвестиция — 7; разность составляет -4 . При $H = 2$ конечные запасы равны 12 и 10; разность составляет -2 . При $H = 3$ оба плана дают 13. При $H = 4, 5$ и 6 сохранение даёт соответственно 14, 15 и 16 единиц, а инвестиция — 16, 19 и 22. Разности составляют 2, 4 и 6 единиц.

Все шесть результатов прямого начисления совпадают с $D(H) = 2H - 6$. Эти проверки обнаружили бы ошибку, при которой программа начисляет доход ещё до первого хода, но не заменяют аналитическое доказательство для произвольного H . Полный перебор означает полный охват объявленного конечного набора проверок, а не всех возможных стратегических ситуаций.

В проверке чувствительности при $C = 4$ минимальные горизонты строгого преимущества для $g = 1, 2$ и 3 равны 5, 3 и 2. При $C = 6$ они равны 7, 4 и 3. При $C = 8$ они равны 9, 5 и 3. Увеличение стоимости при фиксированном дополнительном доходе не уменьшает порог. Увеличение дополнительного дохода при фиксированной стоимости не повышает его.

Последние два утверждения также следуют из выражения C/g и монотонности целочисленного порога при положительных параметрах. Таблица иллюстрирует этот вывод на выбранных значениях. Статистические тесты для данных результатов не применяются: здесь нет случайной выборки или оценивания неизвестного среднего. Все числа являются детерминированными результатами заданных правил.

Обсуждение и ограничения

Полученный порог зависит от выбранного критерия. Если требуется иметь запас не меньше некоторого значения на каждом промежуточном шаге, инвестиция может оказаться недопустимой даже при положительной конечной разности. Если деньги нужны для обязательного действия до окончания горизонта, конечный запас перестаёт полностью описывать качество плана. Так постановка задачи определяет, какие решения вообще сравниваются.

Из модели исключён риск досрочного завершения. Для случайного горизонта потребовалось бы определить его распределение и отношение к риску. Положительное ожидаемое приращение не гарантирует преимущество в каждой реализации. Если решение влияет на само распределение длительности,

простая подстановка среднего горизонта без дополнительного обоснования может скрыть зависимость между действием и исходом.

Расчёт не включает конкуренцию за ресурсы, территорию, покупку отрядов и действия противника. Поэтому нельзя заключить, что найденная инвестиция повышает вероятность победы в Heroes. Для такого вывода понадобятся отдельная постановка, воспроизводимые правила конкретной версии, способ выбора партий и адекватное сравнение. Измерение человеческого обучения на этой модели также потребует самостоятельного исследования.

Работа демонстрирует различие между доказательством, вычислительной проверкой и проверкой применимости. Первое устанавливает следствие допущений. Вторая помогает обнаружить ошибки реализации. Третья отвечает, насколько допущения описывают интересующее явление. Для научной статьи с претензией на новый результат следующая задача — обосновать содержательное расширение модели и сопоставить его с релевантной литературой.

Выводы

В модели с единовременной стоимостью C , положительным дополнительным доходом g и N начислениями инвестиция увеличивает конечный ресурс при $N > C/g$. Для $C = 6$ и $g = 2$ минимальный целочисленный горизонт строгого преимущества равен четырём. Прямой расчёт на шести горизонтах согласуется с формулой, а девять сочетаний параметров иллюстрируют зависимость порога.

Результат ограничен детерминированной моделью одного проекта и выбранным критерием конечного запаса. Полезное продолжение — добавить ограничение ликвидности или неопределённый горизонт, после чего заново определить допустимые планы и проверить условия вывода. Написание большого приложения и оценка денежного эффекта не требуются для проверки сформулированного математического утверждения.

Использование инструментов и вклад авторов

Учебный текст подготовлен с помощью языковой модели. Все числовые результаты получены прямым расчётом по указанным правилам и проверяются приложенным скриптом. Библиографическое описание сверено с карточкой

RAND. Пример не предназначен для отправки в редакцию как самостоятельное новое исследование.

Список использованных источников

1. Bellman R. E. The Theory of Dynamic Programming. Santa Monica: RAND Corporation, 1954. P-550. 23 p. URL: <https://www.rand.org/pubs/papers/P550.html> (дата обращения: 15.09.2026).